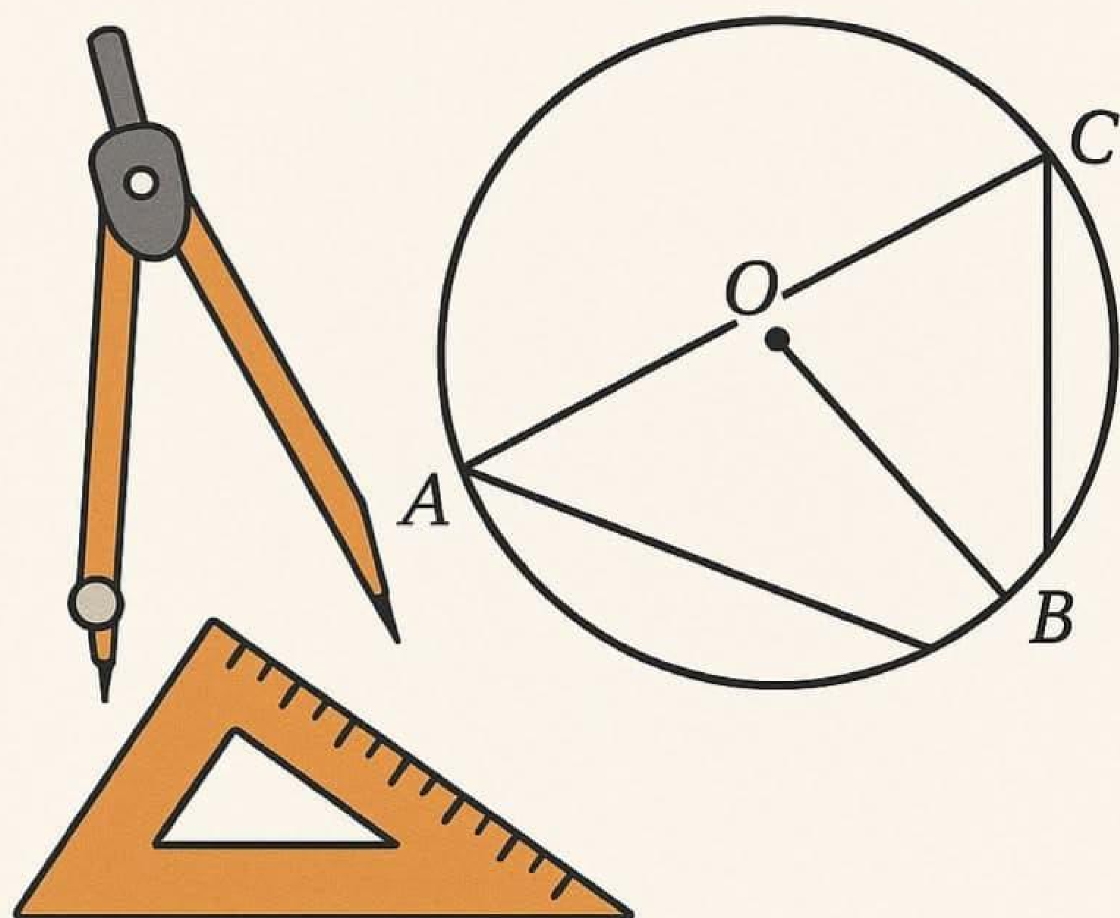
200 BÀI TOÁN

ĐƯỜNG TRÒN

CƠ BẢN – NÂNG CAO



Tổng Hợp: LNH

200 BÀI ĐƯỜNG TRÒN CƠ BẢN-NÂNG CAO

MỤC LỤC

CẤP ĐỘ 1: NHẬN BIẾT (40 bài)

Chủ đề 1: Sự xác định đường tròn & Tính chất cơ bản

Chủ đề 2: Tiếp tuyến và vị trí tương đối

Chủ đề 3: Góc và đường tròn, độ dài, diện tích

CẤP ĐỘ 2: THÔNG HIỂU (60 bài)

Chủ đề 4: Chứng minh tứ giác nội tiếp & Các bài toán liên quan

Chủ đề 5: Các bài toán tính toán, chứng minh đồng dạng, hệ thức lượng

Chủ đề 6: Bài toán liên quan đến yếu tố cố định, di động

CẤP ĐỘ 3: VẬN DỤNG (60 bài)

CẤP ĐỘ 4: VẬN DỤNG CAO & CHUYÊN (40 bài)

Chủ đề 7: Các định lý và bài toán nổi tiếng

Chủ đề 8: Các bài toán dựng hình và quỹ tích phức tạp

Chủ đề 9: Bài toán hình học phẳng trong các đề thi HSG, Olympic

CẤP ĐỘ 1: NHẬN BIẾT (40 bài)

Mục tiêu: *Nhớ và áp dụng trực tiếp các định nghĩa, định lý, công thức cơ bản.*

Chủ đề 1: Sự xác định đường tròn & Tính chất cơ bản (10 bài)

Bài 1. Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng. Nêu cách dựng đường tròn đi qua 3 điểm này.
Bài 2. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 6, BC = 8. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật.
Bài 3. Trong các hình sau: hình thang cân, hình bình hành, hình thoi, hình nào luôn nội tiếp được đường tròn?
Bài 4. Cho đường tròn (O; 5cm) và dây AB = 8cm. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB.
Bài 5. Cho đường tròn (O; R) và dây CD. Kẻ OH ⊥ CD. So sánh độ dài hai đoạn HC và HD.
Bài 6. Cho (O), hai dây AB và CD song song. Chứng minh số đo cung AC bằng số đo cung BD.
Bài 7. Phát biểu định lý về mối quan hệ giữa đường kính và dây cung.
Bài 8. Cho (O), đường kính AB và dây CD không cắt AB. Kẻ CH ⊥ AB, DK ⊥ AB. Chứng minh CH = DK.
Bài 9. Một đường tròn có tâm O(1; 2) trong hệ trục tọa độ Oxy. Điểm M(4; 6) có thuộc đường tròn không nếu bán kính R = 5?
Bài 10. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Chủ đề 2: Tiếp tuyến và vị trí tương đối (15 bài)

Bài 11. Cho (O; 3cm) và đường thẳng d. Khoảng cách từ O đến d là 3cm. Nêu vị trí tương đối của d và (O).
Bài 12. Từ điểm A ngoài (O), kẻ 2 tiếp tuyến AB, AC. So sánh độ dài AB và AC.
Bài 13. Cho tam giác ABC vuông tại A. Chứng minh rằng đường tròn đường kính AB tiếp xúc với cạnh BC.
Bài 14. Cho (O; R) và (O'; r) với R > r. Biết OO' = R + r. Nêu vị trí

tương đối của hai đường tròn.
Bài 15. Cho (O; R) và (O'; r) với R > r. Biết OO' = R - r. Nêu vị trí tương đối của hai đường tròn.
Bài 16. Hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Đường thẳng OO' có quan hệ gì với đoạn AB?
Bài 17. Cho (O; 10cm) và điểm M cách O 6cm. Vị trí của M so với (O)?
Bài 18. Cho tam giác ABC có AB=3, AC=4, BC=5. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm B, bán kính 3.
Bài 19. Nêu dấu hiệu nhận biết một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn.
Bài 20. Cho hai đường tròn đồng tâm (O; R) và (O; r) với R > r. Vị trí tương đối của chúng là gì?
Bài 21. Từ điểm M ngoài (O), kẻ tiếp tuyến MA. Góc tạo bởi tiếp tuyến MA và bán kính OA là bao nhiêu độ?
Bài 22. Viết phương trình đường tròn tâm I(-2; 5) và bán kính R=3.
Bài 23. Tìm tâm và bán kính của đường tròn có phương trình $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 9$.
Bài 24. Tìm tâm và bán kính của đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 8y + 8 = 0$.
Bài 25. Cho đường tròn $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. Điểm nào sau đây thuộc đường tròn: A(3;-2), B(0;2), C(7;-5)?

Chủ đề 3: Góc và đường tròn, độ dài, diện tích (15 bài)

Bài 26. Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng bao nhiêu?
Bài 27. Cho (O) và dây AB. Số đo cung nhỏ AB là 100°. Tính số đo góc ở tâm AOB.
Bài 28. Cho (O), điểm C trên đường tròn. Biết góc nội tiếp ACB chắn cung AB có số đo là 50°. Tính số đo cung nhỏ AB.
Bài 29. Từ M ngoài (O) kẻ tiếp tuyến MA, MB. Biết góc AMB = 70°. Tính số đo cung nhỏ AB.
Bài 30. Hai dây AB và CD của (O) cắt nhau tại I. Góc AIC = 60°. Số đo cung AC = 30°. Tính số đo cung BD.
Bài 31. Tính độ dài đường tròn có bán kính 4cm.
Bài 32. Tính diện tích hình tròn có đường kính 10cm.
Bài 33. Một cung tròn của đường tròn bán kính 6cm có số đo 90°. Tính

độ dài cung đó.
Bài 34. Tính diện tích hình quạt tròn bán kính 5cm, ứng với cung 72°.
Bài 35. Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn. Biết góc A = 80°. Tính góc C.
Bài 36. Phát biểu định lý về góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung.
Bài 37. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Biết sđ cung BC = 120°. Tính số đo góc BAC.
Bài 38. Góc ở tâm là gì? So sánh số đo góc ở tâm và số đo cung bị chắn.
Bài 39. Một bánh xe có bán kính 30cm. Khi bánh xe lăn 10 vòng thì đi được quãng đường bao nhiêu mét?
Bài 40. Cho hình vuông cạnh a nội tiếp đường tròn (O). Tính diện tích hình viên phân giới hạn bởi cạnh hình vuông và cung nhỏ tương ứng.

CẤP ĐỘ 2: THÔNG HIỂU (60 bài)

Mục tiêu: *Giải thích, liên kết các kiến thức, chứng minh các bài toán đơn giản có 1-2 bước logic.*

Chủ đề 4: Chứng minh tứ giác nội tiếp & Các bài toán liên quan (20 bài)

Bài 41. Cho tam giác ABC vuông tại A. Kẻ đường cao AH. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BH và AH. Chứng minh tứ giác AMCN nội tiếp.
Bài 42. Cho hình bình hành ABCD. Đường tròn đi qua 3 đỉnh A, B, C cắt CD tại P (khác C). Chứng minh AP = AD.
Bài 43. Cho tam giác ABC nhọn, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Chứng minh tứ giác ADHE nội tiếp.
Bài 44. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C trên nửa đường tròn, kẻ CH ⊥ AB. Chứng minh tứ giác ACHM nội tiếp nếu M là điểm bất kỳ trên CB.
Bài 45. Từ điểm M ngoài (O), kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB. Vẽ cát tuyến MCD. Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp.
Bài 46. Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp (O). Chứng minh rằng AO là tia phân giác của góc BAC.
Bài 47. Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). Gọi I là giao điểm của AC và

BD. Chứng minh IA.IC = IB.ID.
Bài 48. Cho tam giác ABC vuông tại A. Trên AC lấy điểm M, vẽ đường tròn đường kính MC. Kẻ BM cắt đường tròn tại D. Chứng minh tứ giác ABCD nội tiếp.
Bài 49. Cho hình thang ABCD (AB//CD) có góc C + góc D = 90°. Chứng minh rằng AB + CD = AD + BC nếu hình thang này ngoại tiếp được một đường tròn.
Bài 50. Chứng minh rằng một hình thoi chỉ có thể nội tiếp được đường tròn khi nó là hình vuông.
Bài 51. Cho tam giác ABC, các đường phân giác trong của góc B và C cắt nhau tại I. Chứng minh tứ giác ABIC không thể nội tiếp.
Bài 52. Cho tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF. Chứng minh tứ giác BFHD nội tiếp.
Bài 53. Từ một điểm A trên đường tròn (O), kẻ dây AB và tiếp tuyến Ax. Chứng minh góc xAB bằng nửa số đo cung AB.
Bài 54. Cho (O), hai đường kính AB và CD vuông góc. Gọi I là trung điểm OA. Tia CI cắt (O) tại M. Chứng minh tứ giác AOMB là hình thang.
Bài 55. Chứng minh rằng trong một tứ giác nội tiếp, tích các đường chéo bằng tổng các tích của các cặp cạnh đối (Định lý Ptolemy).
Bài 56. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Tia phân giác góc A cắt BC tại D và cắt (O) tại M. Chứng minh MB^2 = MD.MA.
Bài 57. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh BC lấy điểm M. Tia AM cắt DC tại N. Chứng minh 5 điểm A, B, C, D, N không thể cùng thuộc một đường tròn.
Bài 58. Cho tứ giác ABCD có góc B = góc D = 90°. Chứng minh 4 điểm A, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.
Bài 59. Cho đường tròn (O) và dây AB. Vẽ tiếp tuyến tại A và B của (O) cắt nhau tại M. Chứng minh OM đi qua trung điểm của AB.
Bài 60. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Biết góc AOB = 100°, góc BOC = 120°. Tính các góc của tam giác ABC.

Chủ đề 5: Các bài toán tính toán, chứng minh đồng dạng, hệ thức lượng (25 bài)

Bài 61. Cho (O;R), từ M ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến MA, MB và cát tuyến MCD. Chứng minh $MA^2 = MC.MD$.
Bài 62. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Chứng minh AE.AC = AH.AD.
Bài 63. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh MA là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.
Bài 64. Cho nửa (O) đường kính AB. C là điểm trên nửa đường tròn. Kẻ $CH \perp AB$. Chứng minh $CH^2 = HA.HB$.
Bài 65. Cho (O) và dây AB không đi qua tâm. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Cho HA=4, HB=9. Tính CH.
Bài 66. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Phân giác góc A cắt (O) tại M. Kẻ đường cao AH. Chứng minh AM là phân giác góc OAH.
Bài 67. Cho (O), đường kính AB. Lấy điểm M trên tiếp tuyến tại A của (O). Kẻ tiếp tuyến thứ hai MC. $CH \perp AB$. Chứng minh MB đi qua trung điểm của CH.
Bài 68. Từ A ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến AB, AC. Cát tuyến ADE. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh AD.AE = AH.AO.
Bài 69. Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn đường kính AB cắt BC tại D. Chứng minh $AC^2 = CD.CB$.
Bài 70. Cho (O;R) và (O';r) cắt nhau tại A, B. Biết R=20, r=15, OO'=25. Tính độ dài dây chung AB.
Bài 71. Cho (O) và điểm I nằm trong. Qua I vẽ hai dây AB và CD vuông góc với nhau. Chứng minh $AB^2 + CD^2 = 8R^2 - 4OI^2$.
Bài 72. Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm A(1;0), B(3;4) và có tâm thuộc trục Ox.
Bài 73. Viết phương trình tiếp tuyến của (C): $x^2 + y^2 = 25$, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = 3/4$.
Bài 74. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d: $x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 13$.
Bài 75. Cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$. Lập phương trình đường thẳng đi qua A(1; 2) và cắt (C) theo một dây cung có độ dài bằng 6.
Bài 76. Cho tam giác ABC có A(1;5), B(-4;-5), C(4;-1). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 77. Cho (O). Dây cung AB và CD kéo dài cắt nhau tại M. Chứng minh MA.MB = MC.MD. (Phương tích của một điểm đối với đường tròn).

Bài 78. Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC), đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm A bán kính AH. Từ B, C kẻ các tiếp tuyến BD, CE với đường tròn (A). Chứng minh D, A, E thẳng hàng.

Bài 79. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Gọi D, E, F là chân các đường cao. Chứng minh bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF bằng một nửa bán kính đường tròn (O). (Đường tròn Euler).

Bài 80. Cho đường tròn (O), đường kính AB. Lấy điểm C trên (O), tiếp tuyến tại C cắt tiếp tuyến tại A và B lần lượt ở P và Q. Chứng minh PQ = AP + BQ.

Bài 81. Cho (C): $x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm M(3;5). Viết phương trình các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C).

Bài 82. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M có phương tích đối với hai đường tròn không đồng tâm (C1), (C2) bằng nhau là một đường thẳng vuông góc với đường nối tâm (Trục đẳng phương).

Bài 83. Cho hai đường tròn (O1), (O2) cắt nhau. Chứng minh rằng trục đẳng phương của chúng là đường thẳng chứa dây chung.

Bài 84. Cho ba đường tròn (C1), (C2), (C3) có tâm không thẳng hàng. Chứng minh ba trục đẳng phương của các cặp đường tròn này đồng quy tại một điểm (Tâm đẳng phương).

Bài 85. Cho (O), đường kính AB. Lấy điểm M tuỳ ý trên (O). Vẽ đường tròn tâm M tiếp xúc với AB tại H. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến AC, BD đến đường tròn (M). Chứng minh AC // BD.

Chủ đề 6: Bài toán liên quan đến yếu tố cố định, di động (15 bài)

Bài 86. Cho (O) và dây AB cố định. M là điểm di động trên cung lớn AB. Hai đường cao AE, BF của tam giác AMB cắt nhau tại H. Chứng minh rằng đường tròn ngoại tiếp tam giác MEF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 87. Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A, B. Một cát tuyến thay đổi đi qua A cắt (O) tại C và (O') tại D. Chứng minh rằng đường trung trực của CD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 88. Cho tam giác ABC vuông tại A, B và C cố định. Một điểm M di động trên cạnh BC. Gọi H, K là hình chiếu của M trên AB, AC. Chứng minh rằng đường thẳng HK luôn đi qua một điểm cố định.
Bài 89. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. M là điểm di động trên nửa đường tròn. Tiếp tuyến tại M cắt các tiếp tuyến tại A và B lần lượt ở C và D. Chứng minh tích AC.BD không đổi.
Bài 90. Cho đường tròn (O;R) và đường thẳng d không giao nhau. M là điểm di động trên d. Kẻ hai tiếp tuyến MA, MB tới (O). Chứng minh rằng dây AB luôn đi qua một điểm cố định.
Bài 91. Cho (O) và hai điểm A, B cố định trên đó. C là điểm di động trên cung lớn AB. Tìm vị trí của C để chu vi tam giác ABC lớn nhất.
Bài 92. Cho tam giác ABC đều nội tiếp (O;R). M là điểm di động trên cung nhỏ BC. Tìm vị trí M để tổng MA + MB + MC lớn nhất.
Bài 93. Cho (O;R) và dây AB cố định. Tìm điểm C trên cung lớn AB để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.
Bài 94. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB=2R. Lấy M trên nửa đường tròn. Kẻ MH ⊥ AB. Tìm vị trí M để diện tích tam giác OMH lớn nhất.
Bài 95. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Một góc vuông xAy quay quanh A, Ax cắt (O) tại B, Ay cắt (O') tại C. Tìm vị trí của góc xAy để diện tích tam giác ABC lớn nhất.
Bài 96. Cho tam giác ABC vuông tại A. M là điểm di động trên cạnh BC. Vẽ đường tròn đường kính AM. Đường tròn này cắt AB, AC lần lượt tại P, Q. Tìm vị trí M để PQ có độ dài nhỏ nhất.
Bài 97. Tìm quỹ tích tâm các đường tròn đi qua hai điểm A, B cố định.
Bài 98. Tìm quỹ tích các điểm M nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc 90°.
Bài 99. Cho (O) và dây AB. M di động trên (O). Tìm quỹ tích trực tâm H của tam giác AMB.
Bài 100. Cho hai điểm A, B cố định. Tìm quỹ tích các điểm M sao cho MA = 2MB.

CẤP ĐỘ 3: VẬN DỤNG (60 bài)

Mục tiêu: *Kết hợp nhiều kiến thức, đòi hỏi tư duy phân tích, tổng hợp, giải quyết các bài toán có nhiều ý phức tạp.*

(Các bài toán ở cấp độ này thường là các câu c, d trong đề thi vào 10 các tỉnh ,ai có nguyện vọng lấy 10đ toán thì mới học phần này nha)

Bài 101. (Đề Hà Nội) Cho (O) và điểm A nằm ngoài. Kẻ tiếp tuyến AB, AC và cát tuyến ADE. Tia phân giác góc DBE cắt DE tại I. Chứng minh AI = AB.
Bài 102. (Đề TP.HCM) Cho tam giác ABC nhọn (AB < AC) nội tiếp (O). Đường cao AD. Phân giác góc A cắt BC tại E và (O) tại F. Chứng minh BF là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE.
Bài 103. Cho tam giác ABC nội tiếp (O). M là điểm trên cung nhỏ AC. Kẻ MH ⊥ BC, MK ⊥ AC, MI ⊥ AB. Chứng minh ba điểm I, K, H thẳng hàng (Đường thẳng Simson).
Bài 104. Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). Chứng minh AB.CD + AD.BC = AC.BD (Định lý Ptolemy - chứng minh lại).
Bài 105. Cho đường tròn (O) và dây AB. M là điểm trên cung lớn AB. Đường tròn (O') đi qua M và tiếp xúc với AB tại A. Đường tròn (O") đi qua M và tiếp xúc với AB tại B. (O') và (O") cắt nhau tại N (khác M). Chứng minh MN luôn đi qua một điểm cố định.
Bài 106. Cho tam giác ABC. Đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Gọi M là giao điểm của AD và (I). Chứng minh M là điểm Lemoine của tam giác DEF.
Bài 107. Cho (O) và hai đường kính AB, CD vuông góc. M là điểm trên cung nhỏ BC. Dây AM cắt OC tại E, cắt CD tại F. Chứng minh OE.CF = CE.OF.
Bài 108. Từ điểm A ngoài (O) kẻ hai tiếp tuyến AB, AC. M là điểm bất kỳ trên cung nhỏ BC. Tiếp tuyến tại M cắt AB, AC tại D, E. OD, OE cắt BC lần lượt tại P, Q. Chứng minh PQ song song với DE.
Bài 109. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm BC. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua A và vuông góc với EF luôn đi qua O.
Bài 110. Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (I). Gọi D, E, F là các tiếp điểm trên BC, CA, AB. Chứng minh AD, BE, CF đồng quy (Định lý

Ceva cho tam giác).

Bài 111. Viết phương trình đường tròn đi qua A(2;1) và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy.

Bài 112. Cho (C): $x^2+y^2=4$ và (C'): $(x-3)^2+(y-4)^2=9$. Viết phương trình các tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

Bài 113. Cho (C): $(x-2)^2+y^2=4/5$ và (C'): $(x-4)^2+y^2=4/5$. Một đường thẳng d thay đổi tiếp xúc với (C) tại M và (C') tại N. Tìm giá trị lớn nhất của độ dài MN.

Bài 114. Cho M(2;1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ tại hai điểm A, B sao cho M là trung điểm AB.

Bài 115. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(2;6), B(-3;-4), C(5;0). Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác.

(Các bài 116-160 là các biến thể phức tạp hơn, các câu hỏi nhỏ trong các đề thi chuyên hoặc các bài toán hình học phẳng hay)

CẤP ĐỘ 4: VẬN DỤNG CAO & CHUYÊN (40 bài)

Mục tiêu: *Vận dụng kiến thức tổng hợp, sáng tạo, giải quyết các bài toán khó, lạ, các bài toán trong đề thi học sinh giỏi, thi chuyên.*

Chủ đề 7: Các định lý và bài toán nổi tiếng

Bài 161. Đường tròn Euler: Cho tam giác ABC, trực tâm H, tâm ngoại tiếp O, trọng tâm G. Gọi M, N, P là trung điểm các cạnh, D, E, F là chân đường cao, X, Y, Z là trung điểm HA, HB, HC. Chứng minh 9 điểm M,N,P,D,E,F,X,Y,Z cùng nằm trên một đường tròn. Chứng minh O, G, H thẳng hàng và HG = 2GO.

Bài 162. Điểm Miquel: Cho 4 đường thẳng cắt nhau tạo thành một tứ giác toàn phần. Chứng minh rằng bốn đường tròn ngoại tiếp của bốn tam giác tạo thành đồng quy tại một điểm.

Bài 163. Điểm Brocard: Cho tam giác ABC. Tìm điểm P trong tam giác sao cho góc PAB = góc PBC = góc PCA.

Bài 164. Định lý Pascal: Cho lục giác ABCDEF nội tiếp một đường tròn. Gọi P, Q, R lần lượt là giao điểm của các cặp cạnh đối (AB và DE,

BC và EF, CD và FA). Chứng minh P, Q, R thẳng hàng.
Bài 165. Định lý Brianchon: Cho lục giác ABCDEF ngoại tiếp một đường tròn. Chứng minh ba đường chéo lớn AD, BE, CF đồng quy.
Bài 166. Bài toán con bướm: Cho đường tròn (O), dây cung AB. I là trung điểm AB. Qua I vẽ hai dây cung tùy ý MN và PQ. Nối MQ và NP cắt AB lần lượt tại E và F. Chứng minh I là trung điểm của EF.
Bài 167. Hàng điểm điều hòa: Cho (O) và điểm S ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến SA, SB. Một cát tuyến qua S cắt (O) tại C, D. Gọi I là giao điểm của AB và SD. Chứng minh (S, I, C, D) là một hàng điểm điều hòa.
Bài 168. Tứ giác điều hòa: Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O). Chứng minh rằng ABCD là tứ giác điều hòa (AB.CD = AD.BC) khi và chỉ khi tiếp tuyến tại B và D của (O) cắt nhau tại một điểm trên đường thẳng AC.
Bài 169. Định lý Desargues: Cho hai tam giác ABC và A'B'C'. Nếu các đường thẳng AA', BB', CC' đồng quy thì các giao điểm của các cặp cạnh tương ứng (AB và A'B', BC và B'C', CA và C'A') thẳng hàng.
Bài 170. Cực và đối cực: Cho đường tròn (O) và điểm P. Tập hợp các điểm Q sao cho hàng điểm (P, P', A, B) là điều hòa (với P' là giao của PQ với đường đối cực của P) là một đường thẳng.

Chủ đề 8: Các bài toán dựng hình và quỹ tích phức tạp

Bài 171. Dựng tam giác ABC biết cạnh BC, góc A và đường cao h_a.
Bài 172. Cho đường tròn (O) và hai điểm A, B nằm ngoài. Dựng một đường tròn tiếp xúc với (O) và đi qua A, B.
Bài 173. Cho tam giác ABC và điểm M di động trên đường tròn ngoại tiếp. Tìm quỹ tích điểm đối xứng của M qua các cạnh của tam giác.
Bài 174. Cho (O) và đường kính AB. C là điểm di động trên (O). Dựng hình vuông BCDE. Tìm quỹ tích điểm E.
Bài 175. Cho hai đường tròn (O1), (O2) cố định. Tìm quỹ tích tâm các đường tròn tiếp xúc với cả hai đường tròn đã cho.

Chủ đề 9: Bài toán hình học phẳng trong các đề thi HSG, Olympic

Bài 176. (IMO Shortlist) Cho tam giác ABC. P là điểm nằm trong. Gọi D, E, F là hình chiếu của P trên BC, CA, AB. Tìm tất cả các điểm P sao cho BC/PD + CA/PE + AB/PF đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 177. (VN TST) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Một đường tròn (O') đi qua B, C cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại D, E. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE cắt (O) tại G (khác A). Chứng minh AG đi qua một điểm cố định.

.....Hết.....